

# | FIGURAS GEOMÉTRICAS |

## TETRAEDRO

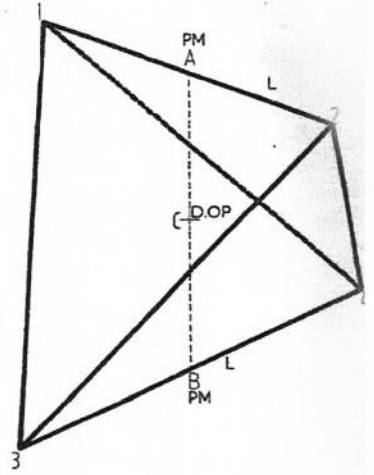
### DEFINICION

Es aquella figura geométrica formada por triángulos equiláteros como caras, teniendo cuatro de estas.

Es más cómodo de ver, y de entender como la figura que se crea con la distancia entre dos rectas iguales y perpendiculares entre si. Así, las aristas 12 y 34 son perpendiculares entre si y perpendiculares a la recta AB, distancia entre aristas opuestas que es.

### ELEMENTOS

- LI\_ ARISTA
- HI\_ ALTURA
- IC\_ ALTURA DE UNA CARA
- ID\_ OPI\_ DISTANCIA ENTRE ARISTAS OPUESTAS
- PM\_ PUNTO MEDIO



### SECCIÓN CUADRADA DE UN TETRAEDRO

Dicha sección es perpendicular a la D.OP de dos aristas y los lados de este cuadrado son paralelos a dichas aristas no cortadas.

Si proyectáramos el tetraedro y su sección sobre un plano perpendicular a D.OP nos quedarían dos cuadrados, el inscrito sería el SECCIÓN, el circunscrito, el PROYECCION.

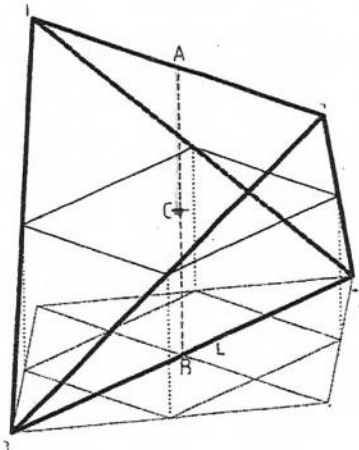
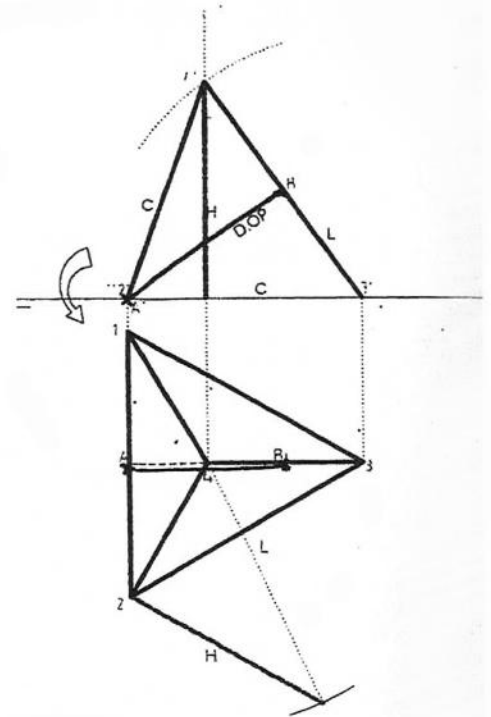
### | RELACIONES GEOMÉTRICAS |

#### 1. APOYADO EN UNA CARA

Si nos fijamos, la arista 43 es una recta frontal, así que en proyección vertical la veremos en verdadera magnitud. De esta manera podemos sacar la altura (H) del TETRAEDRO.

Ahora lo que haremos será girarlo para apoyarlo solo sobre la arista 12 de modo que la recta AB sea de punta.

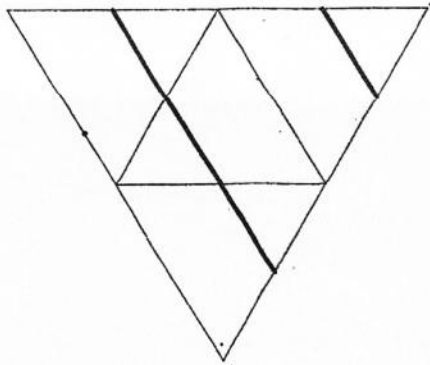
Tened en cuenta que al hacer un giro los alejamientos no cambian, es decir, la distancia al PV se mantiene.



(x) Podemos calcular la altura del TETRAEDRO sin necesidad de dibujar su alzado. Recordar el teorema del triángulo rectángulo en el que un cateto-el menor- es la proyección, el otro es la altura a sacar y la hipotenusa es la VERDADERA MAGNITUD de la proyección que tenemos.

### DESARROLLO DE UN TETRAEDRO

Se indica la sección cuadrada del mismo. Si os fijáis una puntos medios de las aristas. (recordar que es recomendable construir estas figuras)

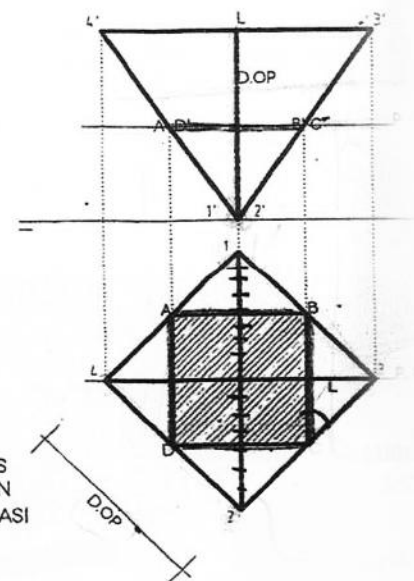


#### 1. ARISTAS OPUESTAS. CUADRADO SECCIÓN

si realizamos una sección por un plano paralelo al PH por C (mitad de la distancia entre aristas opuestas) la sección producida es un CUADRADO.

Fijaros también en como sacamos la equivalencia de medidas entre el lado del cuadrado proyección y la distancia entre opuestas.

- + la diagonal del cuadrado sección es de igual medida que el lado del cuadrado proyección.
- + la diagonal del cuadrado sección uno puntos medios de aristas opuestas, por lo que es igual a la distancia entre aristas opuestas, D.OP
- + por ende, el lado del cuadrado proyección mide lo mismo que la distancia entre aristas opuestas, D.OP



SI OS FIJÁIS EN ESTA FIGURA ESTAN TODAS LAS MEDIDAS QUE NOS PUÉDEN DAR DE UN TETRAEDRO Y LA RELACIÓN ENTRE ELLAS, ASÍ QUE, ENTENDERLA BIEN!

# | FIGURAS GEOMÉTRICAS |

## TETRAEDRO

E/ ENUNCIADO

S/ SOLUCIÓN

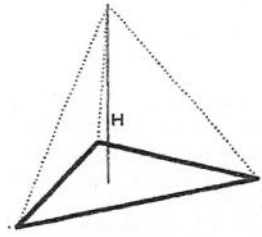
SG/ SOLUCIÓN GRÁFICA

**01**

E/ DADA LA BASE/CARA DEL MISMO

Calculamos el centro del triángulo base del Tetraedro dado y en perpendicular al plano de dicha cara levantaremos la altura, H del mismo.

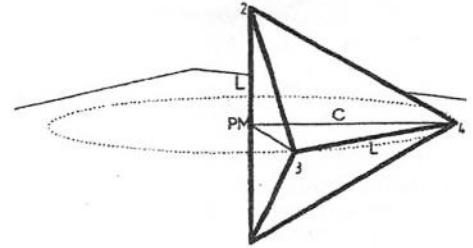
La altura (H) del TETRAEDRO la calculamos según vimos anteriormente (construcción auxiliar)



**02**

E/ DADA ARISTA + CONDICION DE OTRO VERTICE

Un vertice está siempre en un plano perpendicular a la arista dada por su punto medio. De ese punto medio (PM) al vertice la distancia es siempre (C), la altura de una cara. Además ese plano contiene a la sección principal del TETRAEDRO, es decir, que hay otro vertice en la misma circunferencia, esta vez a una distancia L del vertice calculado.



**03**

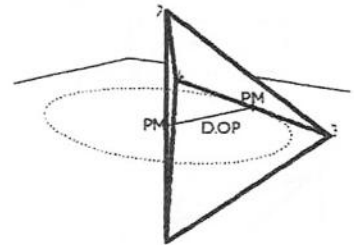
E/ DADA ARISTA + CONDICION DEL PM DE LA ARISTA OPUESTA



PARA LOS PROBLEMAS 02 Y 03 NOS TIENEN QUE ACOTAR LA CONDICIÓN DEL VERTICE, PM O ARISTA UE NO NOS DAN. BASTARÁ ASI CON HALLAR LA INTERSECCIÓN DEL PLANO PERPENDICULAR A LA ARISTA DADA CON LA "CONDICIÓN" Y VER DONDE CORTA A LA CIRCUNFERENCIA...

EL PM que nos piden siempre está en un plano perpendicular a la arista dada por su punto medio, PM. La distancia que hay entre el PM de la arista dada y el de la condición es D.OP (la distancia entre aristas opuestas). La arista que contiene a ese PM de la condición será tangente a la circunferencia de radio D.CP.

(x) si nos dieran una arista mas la condición de la otra, el problema ser haria de similar manera, el plano perpendicular a la arista dada contendria a la otra arista.

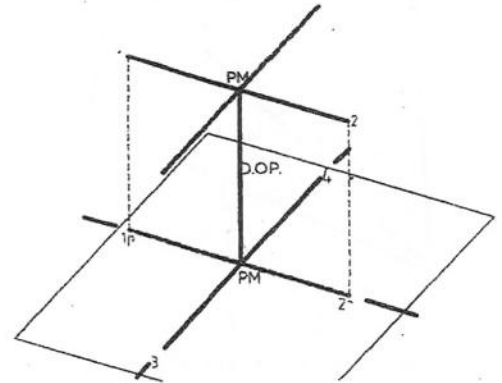


**04**

E/ DADAS DOS RECTAS QUE CONTIENEN DOS ARISTAS OPUESTAS DEL TETRAEDRO

Se trata de una distancia entre dos rectas "simplificadas" ya que un plano ue contenga a una de ellas y sea perpendicular a la otra recta nos dará directamente la D.OP.

A partir de ahí y calculando con una construcción auxiliar la medida de la arista L, solo tendremos que situarlas en las rectas dadas. (L/2 a cada lado de la D.OP)

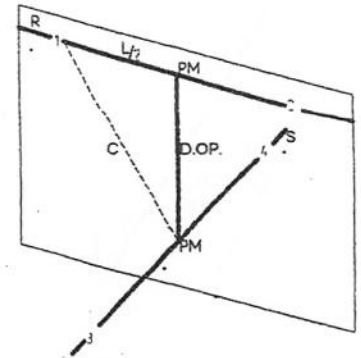


**05**

E/ DADA LA DISTANCIA ENTRE ARISTAS OPUESTAS. D.OP

Podemos comprobar que las aristas son perpendiculares entre si y perpendiculares a la D.OP.

De sta manera ambas aristas (o sus paralelas) podrian estar en un plano perpendicular al segmento D.OP dado. Bastará, por paralelas, construir las dos aristas del tetraedro (por los extremos del segmento dado)





# | FIGURAS GEOMÉTRICAS |

## HEXAEDRO

E/ ENUNCIADO

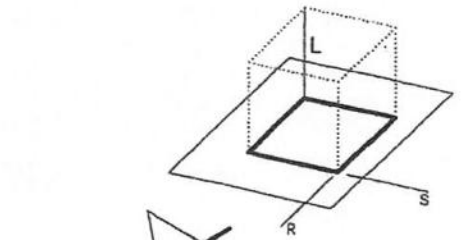
S/ SOLUCIÓN

SG/ SOLUCIÓN GRÁFICA

**01** E/ DADA LA BASE/CARA DEL MISMO

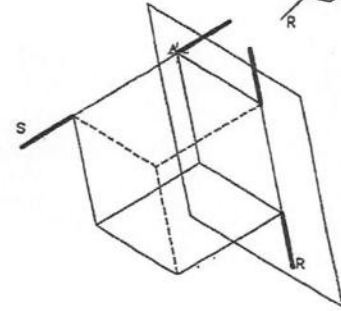
Bastará con levantar en perpendicular al plano de la cara dada, la altura del mismo. Altura que s igual al lado del cubo L.

Si me dieran dos aristas coplanarias del mismo, tendríamos ya el plano que contiene a la cara del hexaedro, por lo que estamos en el mismo ejercicio.



**02** E/ DADAS DOS RISTAS NO COPLANARIAS

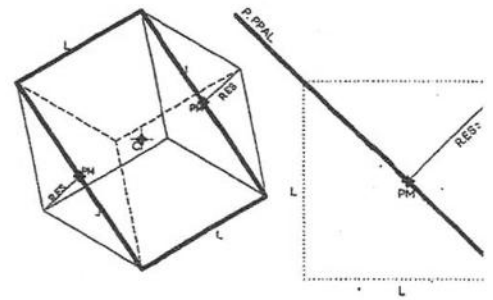
Como las aristas del hexaedro son perpendiculares entre si, podremos hacer un plano que contenga a una de ellas y sea perpendicular a la otra. Si hallamos la intersección de dicho plano con la arista que s perpendicular al mismo, obtenemos un vertice del hexaedro. Asi en ese plano tendremos una arista y un vertice. Con estos datos ya podríamos dibujar una cara del mismo y terminar el ejercicio.



**03** E/ DADO EL CENTRO Y UNA ARISTA O DIAGONAL DE CARA.

Con el centro y la arista/diagonal dada formaremos un plano. La sección formada por dos aristas y dos diagonales de cara se le llama sección principal. El plano que hemos formado produce esta sección.

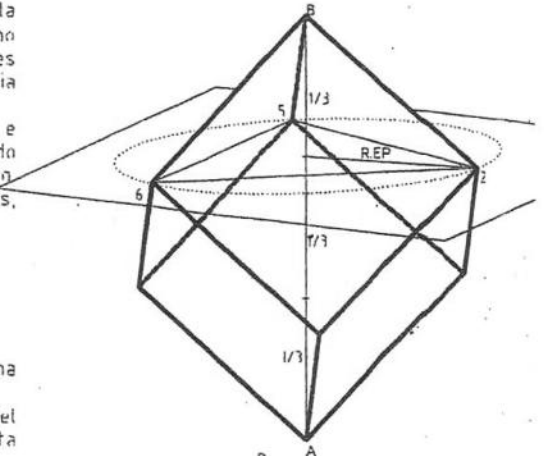
Por los puntos medios de las diagonales e cara y en perpendicular al plano formado levantamos y bajamos alternamente la distancia R.ES ó  $d/2$  hallando así los vertices que nos faltan del hexaedro.



**04** E/ DADO EL CENTRO Y UNA ARISTA O DIAGONAL DE CARA.

Dada la diagonal interior D, tenemos que tres vertices del hexaedro stán en un plano perpendicular a dicha diagonal a  $1/3$  de la misma, los otros tres estarán en un plano paralelo a este a  $2/3$  de la D. Los tres vertices distan del punto de la diagonal D una distancia comun e igual a R.EP.

Si unimos estos tres vertices con el extremo e la diagonal D ras cercano al plano realizado obtenemos las tres direcciones del hexaedro. Con estas tres aristas, y por paralelas, podemos sacar el resto del poliedro.



**05** E/ DADO EL TRIÁNGULO SECCIÓN

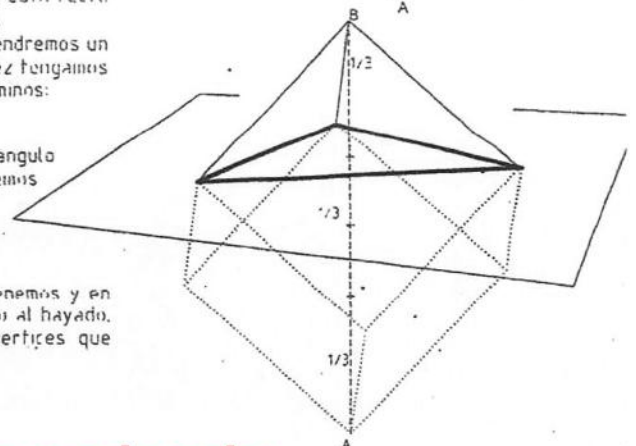
Partimos de que ntendimos el problema anterior o la figura.

Perpendicular al plano y por el centro del triangulo dado trazamos una recta. Esta recta es la Diagonal interior del Hexaedro.

Bastara con acotarla. Como vimos tendremos un vertice a  $1/3$  y el otro a  $2/3$ . Una vez tengamos estos datos podremos ir por dos caminos:

1 unimos el vertice mas cercano al triangulo con los vertices de este y ya tendremos tres aristas del hexaedro y por paralelas completamos el poliedro.

2 trazamos un plano a  $1/3$  del que tenemos y en este dibujamos el triangulo opuesto al hayado. Asi conseguimos los otros tres vertices que nos faltan.



## [ FIGURAS GEOMÉTRICAS ] HEXAEDRO

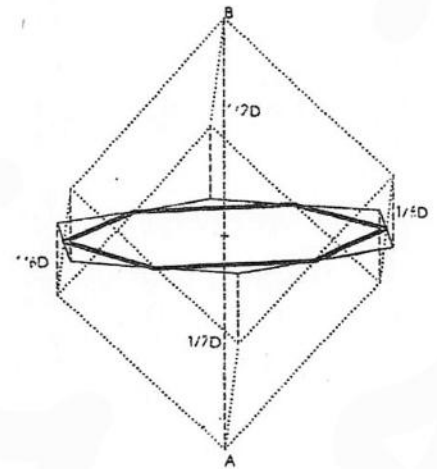
E/ ENUNCIADO

S/ SOLUCIÓN

SG/ SOLUCIÓN GRÁFICA

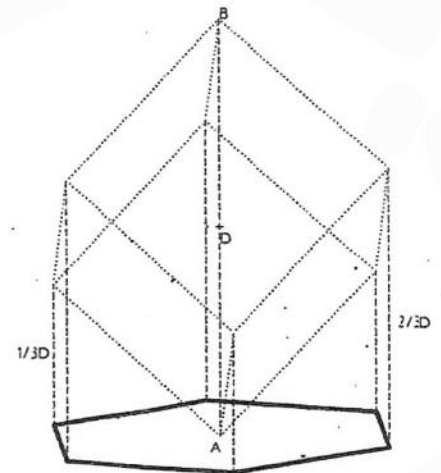
**06** E/ DADO EL HEXAGONO SECCIÓN

Si observamos la figura donde está marcada la sección hexagonal, vemos que la proyección del hexaedro sobre el plano de la misma es un hexágono circunscrito al de la sección. Basándonos en esto resolveremos el problema: Trazamos el hexágono circunscrito al dado y levantamos/bajamos alternativamente y perpendicularmente al plano  $1/6$  de la Diagonal interior  $D$ . El centro ambos hexágonos, proyección de dos vértices más, tendremos que levantarlo/bajarlo  $D/2$ .



**07** E/ DADO EL HEXAGONO PROYECCIÓN

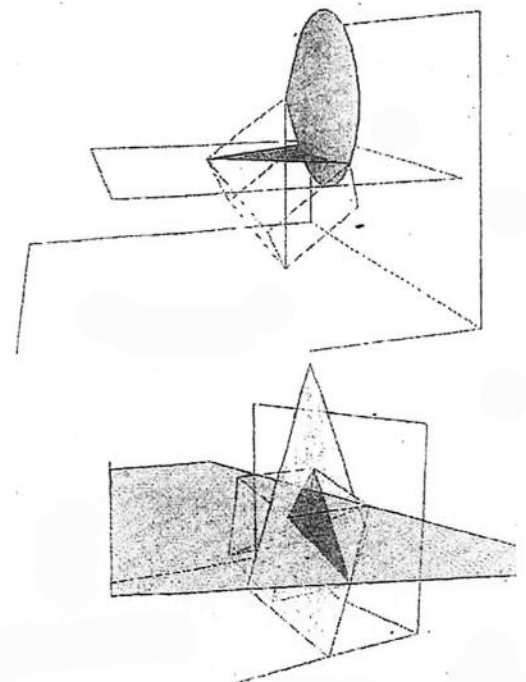
El problema es similar al anterior. Ya tenemos el hexágono proyección por lo que sólo habrá que levantar en perpendicular al plano los vértices del hexágono. Tener en cuenta que el plano de la sección no es el mismo que el de la proyección y la medida de las alturas tampoco. Así, en este caso, 3 vértices alternos habrá que subirlos  $1/3D$  y los otros  $2/3$ . El centro del hexágono habrá que levantarlo la medida de la Diagonal interior  $D$  completa.



**08** E/ DADA DIAGONAL INTERIOR DE PUNTA + CONDICIÓN.

Tenemos que tener claro que:  
 .en el plano a  $1/3D$  tenemos 3 vértices.  
 .la condición de una de las aristas ha de poder ser "dibujada" desde uno de los extremos de la diagonal interior  $D$  dada.  
 .La "intersección" de esa condición con el plano perpendicular a la diagonal a  $1/3$  nos dará la posición de otro vértice del hexaedro.

p.e.  
 1. si me dicen que una arista forma un ángulo determinado con el  $PV$  haremos el cono de las infinitas "aristas" formando ese ángulo con el  $PV$ .  
 2. si me dicen que una de las aristas es horizontal, trazaremos un plano horizontal (el que puede contener a las infinitas aristas horizontales) por el extremo de la diagonal dada. La intersección ese plano con el perpendicular nos dará la posición de un vértice de ese plano. (ver dibujos adjuntos)





# | FIGURAS GEOMÉTRICAS |

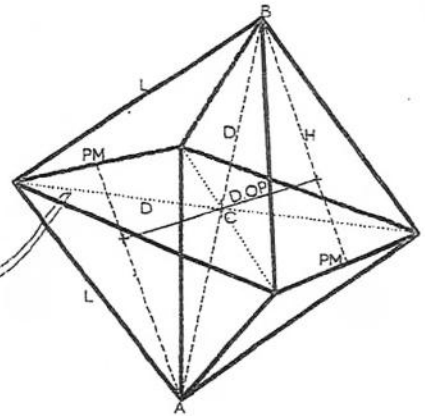
## OCTAEDRO

### DEFINICIÓN

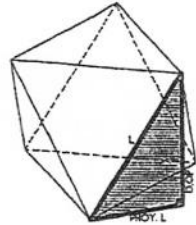
Es aquella figura geométrica-poliedro regular formada por triángulos equiláteros en sus caras, teniendo ocho de estas.

### ELEMENTOS

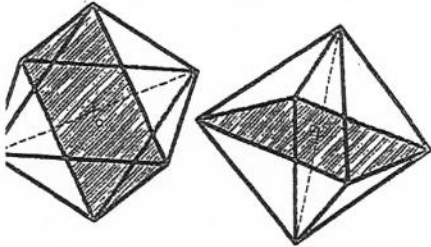
- |L|\_ARISTA
- |D|\_DIAGONAL INTERIOR
- |H|\_ALTURA DE UNA CARA
- |C|\_CENTRO DEL OCTAEDRO
- |A|\_APOTEMA



¡FÍJATE QUE LA DIAGONAL D MIDE IGUAL QUE LA DIAGONAL DEL CUADRADO SECCIÓN



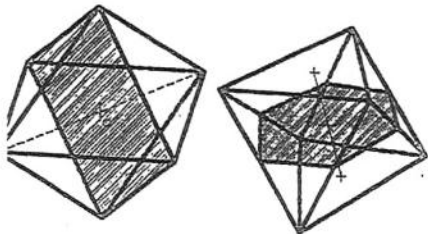
### SECCIONES COMUNES DE UN HEXAEDRO



### SECCION CUADRADA

Producida por un plano perpendicular a la diagonal inferior D dividiéndola en 2 partes iguales.

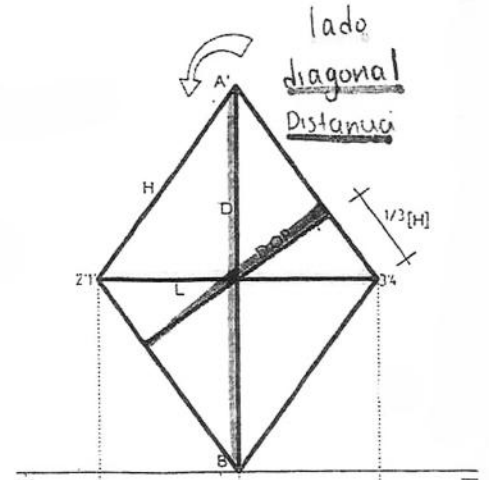
Dicho cuadrado está formado por cuatro aristas del octaedro.



### AYUDA!!!

Fíjate en el triángulo rallado, nos va a servir para calcular la altura entre caras opuestas. Dicha arista une un punto de la cara inferior con otro de la superior. Siempre se cumple:

- +cateto menor: proyección de la arista de la que vamos a calcular la altura.
- +hipotenusa: verdadera magnitud de esa proyección de la arista.
- +cateto mayor: altura a calcular.



### SECCION HEXAGONAL

Sección paralela a las caras (dos a dos) del octaedro (de ahí que haya 3 secciones hexagonales).

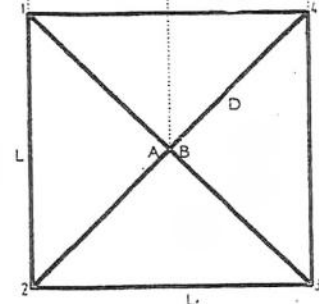
Los vértices de dicho hexágono pasan por los puntos medios de las aristas que no pertenecen a las caras que son paralelas al plano que produce la sección.

La medida de los lados del hexágono, si nos fijamos en la figura es igual a la mitad de la arista. (L/2)

### RELACIONES GEOMÉTRICAS

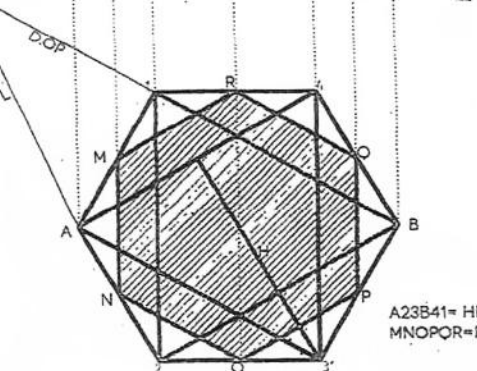
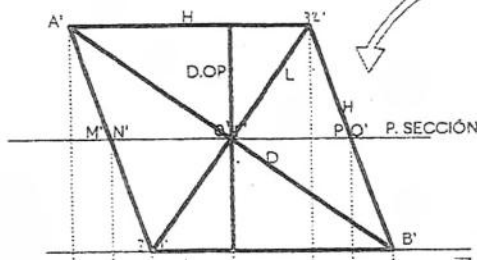
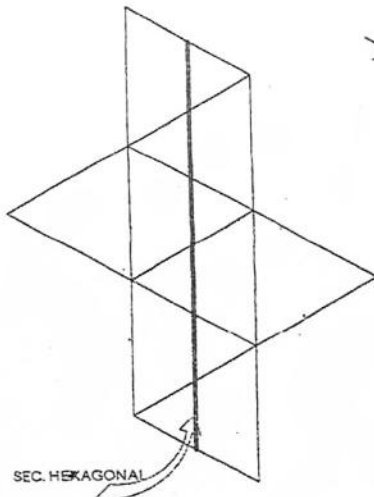
#### 1. CON UNA DIAGONAL INTERIOR DE PUNTA

Si nos fijamos, la diagonal interior AB que es la que está de punta mide lo mismo, en el alzado, que las diagonales interiores 13 y 24. De esta forma podemos dibujar la proyección vertical. (La otra diagonal interior del rombo que se forma mide lo mismo que la arista del octaedro).



### DESARROLLO DE UN HEXAEDRO

Se indica la sección hexagonal del mismo. Si nos fijamos en los puntos medios de las aristas. (recordar que es recomendable construir estas figuras)



A23B41= HEXAGONO PROYECCIÓN  
MNPQR=HEXAGONO SECCIÓN

#### 1. APOYADO EN UNA CARA/SECCION HEXAGONAL

Si la figura anterior la giramos podemos colocar el octaedro apoyado sobre una de sus caras. Como podemos observar la cara que es paralela a la apoyada, es opuesta a esta.

Con esto podemos afirmar que la proyección horizontal del octaedro se ve como un hexágono regular.

Si trazamos un plano paralelo a estas caras por la mitad de la distancia que hay entre ellas se produce una sección hexagonal. Este hexágono sección está inscrito en el hexágono proyección anteriormente dibujado.

# [ FIGURAS GEOMÉTRICAS ]

## OCTAEDRO

E/ ENUNCIADO

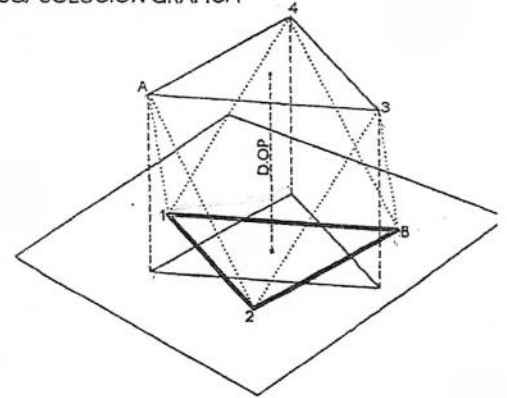
**01** E/ DADA LA BASE/CARA DEL MISMO

S/ SOLUCIÓN

Hemos de dibujar la proyección de la cara opuesta. Es el mismo triángulo equilátero girado  $180^\circ$ , se ha de ver el resultado como una estrella.

Después se levanta, en perpendicular al plano de la cara la distancia entre ellas, previamente calculada (D.OP).

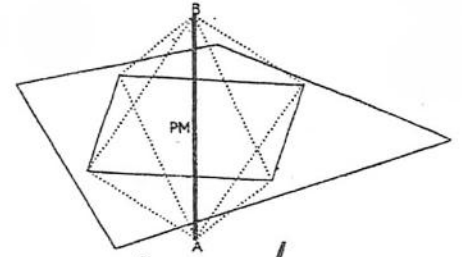
SG/ SOLUCIÓN GRÁFICA



**02** E/ DADA LA DIAGONAL INTERIOR

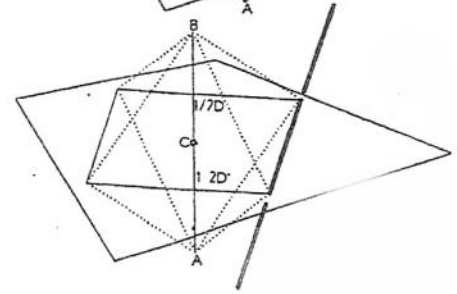
Por el punto medio PM y en un plano perpendicular a la misma tendremos 4 vértices formando un cuadrado de lado L (sección cuadrada).

Con la condición que nos den sacaremos la posición de un vértice de ese cuadrado. Junto con la diagonal ya tendremos los 6 vértices del octaedro y podremos dibujarlo.



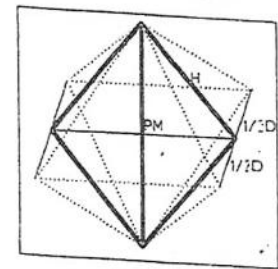
**03** E/ DADO EL CENTRO Y UNA ARISTA

Con el centro C y la arista podemos trazar un plano que los contenga. En este plano y con esos datos podemos dibujar la sección cuadrada del octaedro. A partir de ahí podemos dibujar el mismo. Bastará con levantar por el centro del cuadrado  $1/2D$  a ambos lados del plano hallado.



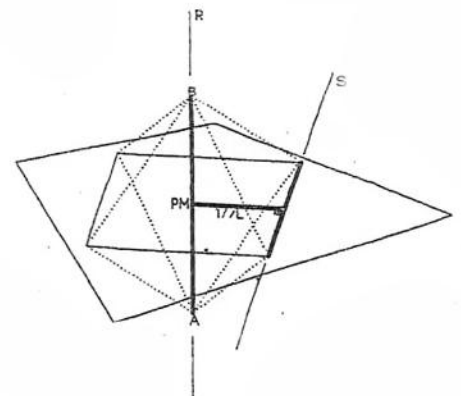
**04** E/ DADO EL CENTRO Y LA ALTURA DE UNA CARA

Es un problema similar al anterior. Si nos dan como dato H la sección será un rombo. Bastará trazar rectas perpendiculares al plano formado y acotar medias aristas. (ver figura)



**05** E/ DADAS DOS RECTAS EN LAS QUE ESTÁN DIAGONAL INTERIOR Y ARISTA.

La mínima distancia entre ambas rectas equivale a la medida de  $1/2L$ , como se ve en la figura. A partir de ahí, viendo además que R y L son perpendiculares entre sí podremos trazar el plano que contiene a una de ellas y es perpendicular a la otra. Si el plano contiene a L tendremos el problema 03; si es el otro será el problema 04.





# FIGURAS GEOMÉTRICAS I

## DODECAEDRO

### DEFINICION

Un dodecaedro regular es un poliedro regular formado por 12 pentágonos regulares iguales.

Es más cómodo de ver, y de entender y así lo vamos a trabajar, como medio dodecaedro.

### ELEMENTOS

|L|\_ ARISTA  
 |H1|\_ ALTIMA MAYOR DE VERTICES  
 |H2|\_ ALTIMA MENOR DE VERTICES  
 |A|\_ APOTEMA  
 PM\_ PUNTO MEDIO

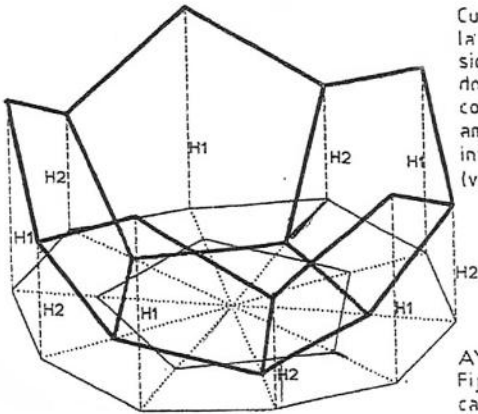
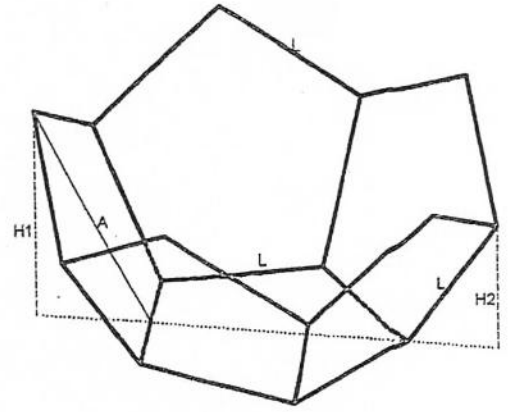
### E/ ENUNCIADO

**01** E/ DADA UNA CARA DEL MISMO

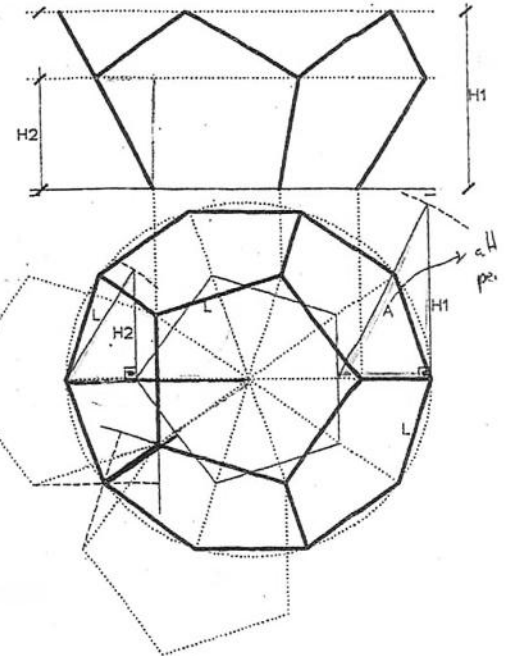
### S/ SOLUCIÓN

Si observamos la figura veremos que la proyección de medio dodecaedro sobre el plano de una cara se ve como un decágono. Tendremos que dibujar este y luego levantar las alturas correspondientes de los vértices proyectados.

Para dibujar el decágono nos ayudaremos del desarrollo del dodecaedro. Dibujando para ello dos caras del mismo a continuación de la que tenemos como base.



Cuando estas caras se 'pliegan' para construir la figura, la proyección de sus vértices va siempre en perpendicular al eje sobre el que se dobla. De esta manera, como en dos caras consecutivas hay un vértice que pertenece a ambas, la proyección de este estará en la intersección de su recorrido en cada cara. (ver figura de la derecha).



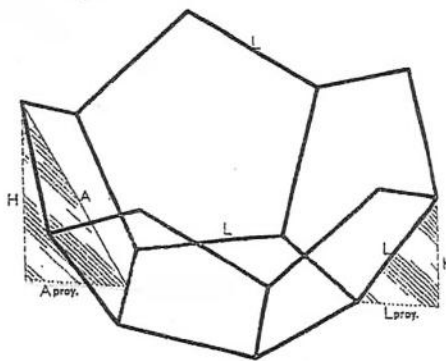
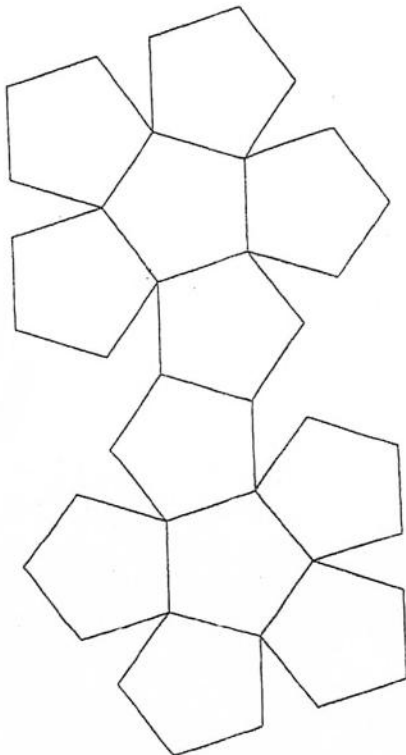
### DESARROLLO DE UN DODECAEDRO

Como sólo trabajamos con la mitad, la figura a construir sería sólo la mitad.

### AYUDA!!!

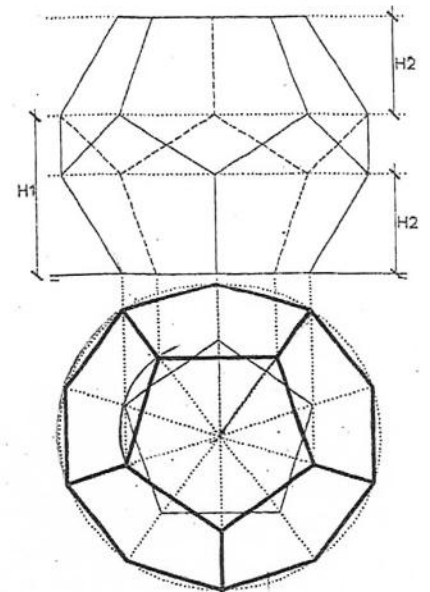
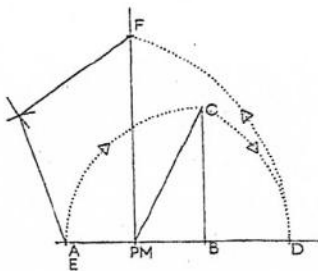
Fíjate en el triángulo rallado, nos va a servir para calcular la altura de los vértices del dodecaedro. Siempre formaremos un triángulo rectángulo en el que:

- +cateto menor: proyección de la arista/apotema de la que vamos a calcular la altura.
- +hipotenusa: verdadera magnitud de esa proyección de la arista/apotema.
- +cateto mayor: altura a calcular.



### AYUDA!!! (II)

¿CÓMO CONSTRUIR UN PENTÁGONO?



# | FIGURAS GEOMÉTRICAS |

## ICOSAEDRO

### DEFINICIÓN

Un icosaedro regular es un poliedro regular formado por 20 triángulos equiláteros.

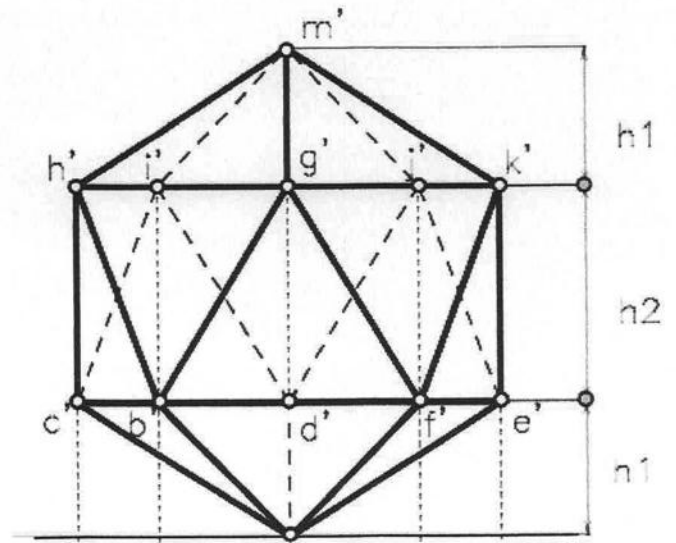
Lo vamos a colocar apoyado en un vértice y apoyado sobre una cara en el PH

### E/ ENUNCIADO

**O1** E/ DADO EL PENTAGONO PROYECCIÓN

**O2** E/ DADA UNA CARA DEL MISMO

### SG/ SOLUCIÓN GRÁFICA



### SG/ SOLUCIÓN GRÁFICA

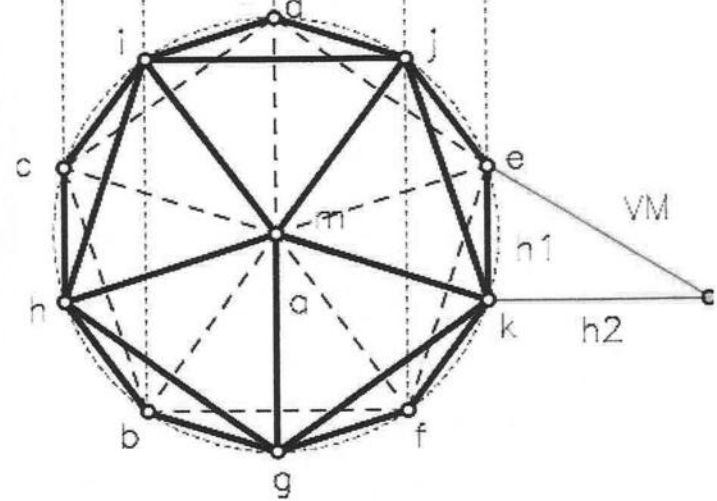
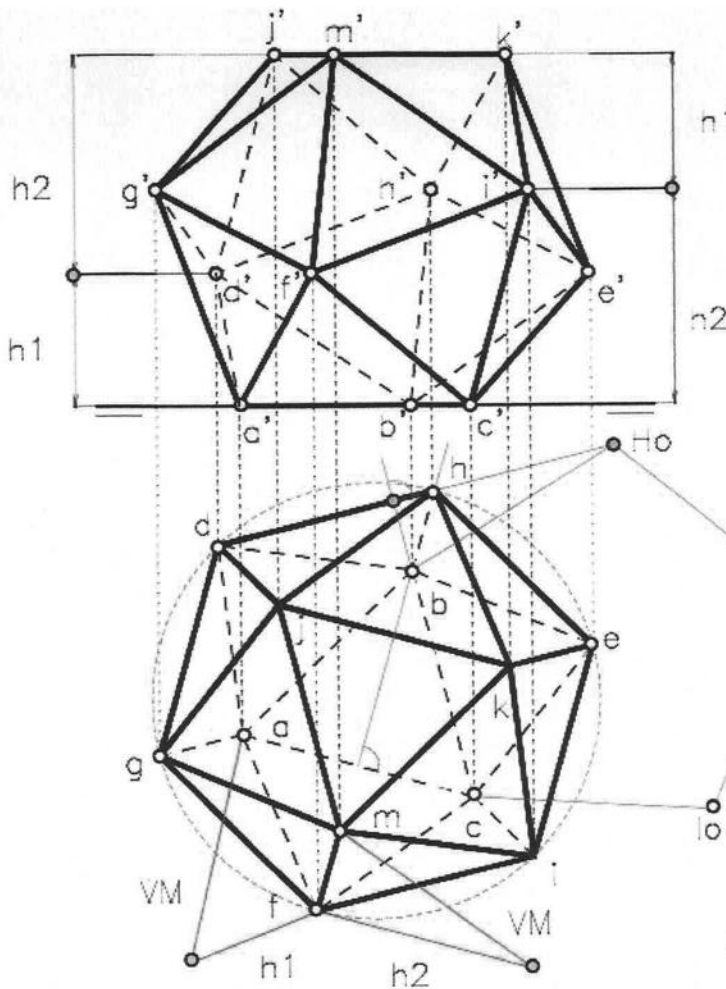


Fig. 1